

Table des matières

Les auteurs	1
Avant-propos	3
1 Notions préliminaires	5
I Bases du langage et du raisonnement mathématiques	5
II Ensembles et applications	13
III Préparation à l'interrogation orale	24
IV Exercices	24
2 Nombres entiers	27
I Entiers et itérations	27
II Ensembles finis et dénombrements	35
III L'essentiel du cours	43
IV Préparation à l'interrogation orale	44
V Exercices	44
3 Nombres complexes	47
I Le corps \mathbb{C} des nombres complexes	47
II Le groupe \mathcal{U} des complexes de module 1	52
III Exponentielle complexe	59
IV Équations dans \mathbb{C}	60
V Nombres complexes et géométrie plane	66
VI L'essentiel du cours	70
VII Préparation à l'interrogation orale	71
VIII Exercices	71

4	Techniques de calcul en analyse	75
I	Inégalités dans \mathbb{R}	75
II	Fonctions réelles d'une variable réelle	80
III	Éléments de calcul différentiel	85
IV	Fonctions usuelles	96
V	Extension au cas des fonctions à valeurs complexes	107
VI	Pratique du calcul des intégrales et des primitives	108
VII	L'essentiel du cours	113
VIII	Préparation à l'interrogation orale	115
IX	Exercices	115
5	Équations différentielles linéaires	117
I	Généralités	117
II	Équations différentielles linéaires d'ordre 1	119
III	Équations linéaires du second ordre à coefficients constants	124
IV	L'essentiel du cours	132
V	Préparation à l'interrogation orale	134
VI	Exercices	134
6	Suites de nombres	137
I	Le corps des nombres réels	138
II	Le vocabulaire des suites réelles	145
III	Limite d'une suite	150
IV	Opérations et limites de suites	156
V	Théorèmes d'existence de limite	160
VI	Suites de nombres complexes	164
VII	L'essentiel du cours	167
VIII	Préparation à l'interrogation orale	169
IX	Exercices	169
7	Limite, continuité	173
I	Généralités	173
II	Limites	176
III	Résultats et notions spécifiques aux fonctions réelles	181
IV	Continuité en un point	186
V	Continuité sur une partie	188
VI	Continuité sur un intervalle	191
VII	L'essentiel du cours	197
VIII	Préparation à l'interrogation orale	199
IX	Exercices	199

8	Dérivabilité	201
I	Dérivabilité en un point	202
II	Dérivabilité sur un intervalle	207
III	Fonctions n fois dérivables	208
IV	Éléments de calcul différentiel pour les fonctions à valeurs réelles	212
V	Suites récurrentes	220
VI	L'essentiel du cours	227
VII	Préparation à l'interrogation orale	229
VIII	Exercices	229
9	Analyse asymptotique	233
I	Relations de comparaison	233
II	Formules de Taylor	237
III	Développement limité au voisinage de 0	242
IV	Généralisations	250
V	Applications des développements limités	250
VI	L'essentiel du cours	255
VII	Préparation à l'interrogation orale	258
VIII	Exercices	258
10	Groupes	261
I	Lois de composition internes	261
II	Groupes	264
III	Le groupe symétrique	269
IV	L'essentiel du cours	276
V	Préparation à l'interrogation orale	277
VI	Exercices	278
11	Anneaux. Arithmétique dans \mathbb{Z}	281
I	Structure d'anneau	281
II	Arithmétique dans \mathbb{Z}	286
III	Pgcd et ppcm d'un nombre fini d'entiers	296
IV	Congruences	300
V	L'essentiel du cours	302
VI	Préparation à l'interrogation orale	304
VII	Exercices	304

12 Polynômes	307
I L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	308
II Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$	312
III Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$	314
IV Racines d'un polynôme	317
V Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$ (MPSI)	322
VI Décomposition primaire dans $\mathbb{K}[X]$	329
VII Fractions rationnelles (MPSI)	335
VIII L'essentiel du cours	342
IX Préparation à l'interrogation orale	345
X Exercices	345
13 Systèmes linéaires et calcul matriciel	349
I Calcul matriciel	349
II Systèmes linéaires, méthodes pratiques et applications	359
III L'essentiel du cours	374
IV Préparation à l'interrogation orale	377
V Exercices	377
14 Espaces vectoriels	379
I Espaces vectoriels sur un corps \mathbb{K}	379
II Sous-espaces vectoriels	387
III Sous-espaces affines (MPSI)	396
IV Applications linéaires	398
V L'essentiel du cours	409
VI Préparation à l'interrogation orale	410
VII Exercices	411
15 Algèbre linéaire en dimension finie	413
I Espaces vectoriels de dimension finie	413
II Applications linéaires en dimension finie	427
III L'essentiel du cours	440
IV Préparation à l'interrogation orale	442
V Exercices	442
16 Matrices	447
I Compléments sur les matrices générales	447
II Matrices d'une application linéaire	450
III Changements de bases et applications	455
IV Compléments sur les systèmes linéaires	466
V Déterminants (PCSI)	473
VI L'essentiel du cours	486
VII Préparation à l'interrogation orale	490
VIII Exercices	490

17 Déterminants (MPSI)	497
I Déterminants	498
II Calcul et applications des déterminants	508
III L'essentiel du cours	517
IV Préparation à l'interrogation orale	518
V Exercices	518
18 Géométrie euclidienne	523
I Espaces préhilbertiens réels	523
II Espaces vectoriels euclidiens	535
III L'essentiel du cours	557
IV Préparation à l'interrogation orale	560
V Exercices	560
19 Intégration	565
I Introduction	565
II Fonctions uniformément continues (MPSI)	569
III Intégration des fonctions en escalier	570
IV Fonctions continues par morceaux	573
V Intégration des fonctions continues par morceaux	576
VI Sommes de Riemann	582
VII Fonctions à valeurs complexes	587
VIII Intégration et dérivation	588
IX Recherche de primitives	595
X L'essentiel du cours	608
XI Préparation à l'interrogation orale	610
XII Exercices	610
20 Séries	613
I Généralités	613
II Séries à termes positifs	617
III Comparaison série-intégrale dans le cas monotone	621
IV Séries absolument convergentes	624
V Représentation décimale des réels	625
VI L'essentiel du cours	629
VII Préparation à l'interrogation orale	630
VIII Exercices	630

21 Calculs de probabilité sur un univers fini	633
I Cadre général des probabilités	633
II Espaces probabilisés finis	635
III Probabilités conditionnelles	639
IV Événements indépendants	644
V L'essentiel du cours	648
VI Préparation à l'interrogation orale	650
VII Exercices	650
22 Variables aléatoires sur un univers fini	655
I Notion de variable aléatoire	655
II Loi de probabilité d'une variable aléatoire	658
III Espérance d'une variable aléatoire	661
IV Moments et variance d'une variable aléatoire	665
V Indépendance de variables aléatoires	669
VI Variables aléatoires usuelles	672
VII Couples de variables aléatoires	676
VIII L'essentiel du cours	685
IX Préparation à l'interrogation orale	689
X Exercices	689
Solutions des tests	693
Solutions des colles	763
Solutions des exercices	797
Index	907