

Table des matières

Comment utiliser ce livre ?	3
I Univers finis	9
I Dénombrement	11
I.1 Ensembles finis – cardinal	12
I.2 Dénombrements élémentaires	15
I.3 Coefficients binomiaux	20
Exercices de référence	25
Exercices d'entraînement	33
Solutions	37
II Probabilité	43
II.1 L'univers des possibles	43
II.2 Événements	45
II.3 La notion de probabilité	46
II.4 Comment définir une probabilité ?	49
II.5 Un exemple fondamental : la probabilité uniforme	51
Exercices de référence	53
Exercices d'entraînement	58
Solutions	61
III Indépendance, probabilité conditionnelle	65
III.1 Deux points de vue	65
III.2 Probabilité conditionnelle	66
III.3 Événements indépendants	67
III.4 Trois formules essentielles	70
Exercices de référence	75
Exercices d'entraînement	80
Solutions	84
IV Variable aléatoire réelle finie	91
IV.1 Définition	91
IV.2 Loi d'une variable aléatoire	92
IV.3 Fonction d'une variable aléatoire	94
IV.4 Espérance	94
IV.5 Variance et écart-type	98
IV.6 Deux inégalités	100
IV.7 Loi uniforme	102

IV.8	Loi de Bernoulli	103
IV.9	Loi binomiale	104
	Exercices de référence	107
	Exercices d'entraînement	115
	Solutions	119
V	Vecteurs aléatoires réels finis	127
V.1	Couple de variables aléatoires, lois	127
V.2	Modéliser, c'est réfléchir dans le bon ordre	130
V.3	Couple de variables aléatoires indépendantes	131
V.4	Fonction de deux variables aléatoires	134
V.5	Théorème de transfert	137
V.6	Covariance	139
V.7	Généralisation au cas de n variables aléatoires	143
	Exercices de référence	146
	Exercices d'entraînement	158
	Solutions	163
II	Univers infinis dénombrables	175
VI	Univers dénombrables – Tribus	177
VI.1	Ensembles dénombrables	177
VI.2	Tribus et événements	182
	Exercices de référence	187
	Exercices d'entraînement	189
	Solutions	190
VII	Probabilité dans un univers dénombrable	193
VII.1	Une nouvelle définition	193
VII.2	Comment définir une probabilité ?	194
VII.3	Deux exemples et quelques remarques	195
VII.4	Propriétés des probabilités dans les espaces dénombrables	197
VII.5	Probabilité conditionnelle – Indépendance	201
	Exercices de référence	203
	Exercices d'entraînement	205
	Solutions	207
VIII	Variable aléatoire discrète	211
VIII.1	Une nouvelle définition	211
VIII.2	Vecteurs aléatoires	214
VIII.3	Loi géométrique	217
VIII.4	Loi de Poisson	219
VIII.5	Un exemple de loi conditionnée : loi de Poisson/loi binomiale	222
VIII.6	Indépendance de variables aléatoires discrètes	223
VIII.7	Fonctions de deux variables aléatoires discrètes	225

Exercices de référence	228
Exercices d'entraînement	235
Solutions	238
IX Espérance	245
IX.1 Le problème de la somme infinie	245
IX.2 Espérance d'une variable aléatoire réelle discrète	247
IX.3 Propriétés de l'espérance	249
IX.4 Théorèmes d'existence	251
IX.5 Variance d'une variable aléatoire réelle discrète infinie	252
IX.6 Covariance	254
IX.7 Fonctions génératrices	257
Exercices de référence	261
Exercices d'entraînement	268
Solutions	272
X Convergence et approximations	279
X.1 Introduction	279
X.2 Loi faible des grands nombres	280
X.3 Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev	283
Exercices de référence	287
Exercices d'entraînement	289
Solutions	290
Annexes	295
A D'autres horizons	295
A.1 Tribus et boréliens	295
A.2 Quelle probabilité ?	297
A.3 Une tribu, pour quoi faire ?	298
A.4 Le tour de passe-passe	299
A.5 Et vogue, plein d'espérance !	300
Index	301