

Table des matières

Chapitre 1. Introduction et notions générales.....	15
1.1. Généralités	15
1.1.1. Pourquoi le codage de canal ?	15
1.1.2. Quelques applications du codage de canal	16
1.2. Théorie du codage de Shannon	17
1.2.1. Le taux de codage	17
1.2.2. Capacité de canal : Théorème du codage de canal	18
1.2.3. Conclusion	21
1.3. Chaîne de transmission générale	22
1.3.1. Définition	22
1.3.2. Description brève de la chaîne de transmission	23
1.4. Aperçu et histoire des codes.....	26
1.4.1. Généralités	26
1.4.2. Stratégie de correction d'erreurs	27
1.4.3. Classification des codes FEC	30
1.4.4. Historique.....	32
1.5. Probabilités d'erreur	34
1.5.1. Taux d'erreur binaire TEB	34
1.5.2. Calcul des probabilités d'erreur	35
1.6. Bits de parité	38
1.6.1. Code à parité simple.....	38
1.6.2. Code à parité croisée	39
1.6.3. Quelques codes courants	44
A. Code ISBN	44
B. Code de chiffre de contrôle EAN-13.....	45
1.7. Distance de Hamming et distance minimale.....	47
1.7.1. Définitions.....	47
A. Code en bloc	47
B. Distance de Hamming	47
C. Distance minimale de Hamming d_{\min}	48
D. Poids de Hamming	49
1.7.2. Représentation géométrique de la distance minimale	50
1.7.3. Instruction de décodage.....	53
A. Capacité de détection et de correction d'erreurs.....	53
B. Exemples avec représentation géométrique	55
D. Relation entre r et n	59

1.8. Principes de décodage	60
1.8.1. Maximum a posteriori Decoding (MAP)	60
1.8.2. Maximum de vraisemblance (Maximum-Likelihood-Decoding : MLD).....	61
1.8.3. Principes de décodage de canaux symétriques binaires	61
A. Décodage de Hamming.....	61
B. Décodage à distance limitée (Bounded Distance Decoding : BDD)	62
C. Décodage à distance minimale limitée (Bounded Minimal Distance : BMD)	62
1.9. Exercices	63
Chapitre 2. Bases mathématiques supplémentaires	67
2.1. Introduction	67
2.2. Structure algébrique	68
2.2.1. Ensemble : Définition	68
2.2.2. Lois de composition	68
A. Loi interne.....	69
B. Loi externe	69
2.3. Généralités et définitions	69
2.3.1. Groupe : Définition	69
2.3.2. Anneau : Définition.....	70
2.3.3. Corps : Définition.....	71
2.3.4. Calcul modulo p	72
A. Définition	72
B. Classes résiduelles.....	73
2.3.5. Champs de Galois	75
2.3.6. Corps premier fini $GF(p)$	75
2.3.7. Élément primitif	78
A. Définition	78
B. Ordre multiplicatif.....	78
2.4. Représentation polynomiale	80
2.4.1. Introduction.....	80
A. Polynôme réductible	81
B. Polynôme irréductible	82
2.4.2. Calcul dans l'ensemble des polynômes à classe résiduelle	82
2.4.3. Propriétés des polynômes à classe résiduelle	84
2.4.4. Polynômes résiduels cycliques.....	90
2.5. Corps d'extension $GF(p^m)$	92
2.5.1. Pourquoi le corps d'extension ?	92
2.5.2. Polynôme primitif	94
2.5.3. Quelques propriétés du corps d'extension $GF(p^m)$	97
2.5.4. Polynôme minimal	100
A. Définitions	100
B. Racines complexes conjuguées sur $GF(p)$	103

B1. Rappel : Nombres complexes	103
B2. Définition.....	104
B3. Propriétés.....	104
B4. Classes d'équivalence.....	104
2.6. Classes cyclotomiques (Splitting Fields)	106
2.6.1. Introduction et définition.....	106
A. Introduction.....	106
B. Définitions.....	106
2.6.2. Propriétés des classes cyclotomiques	107
2.7. Résumé.....	109
2.8. Exercices	110
Chapitre 3. Codes linéaires en blocs	113
3.1. Introduction	113
3.1.1. Définitions.....	113
A. Linéarité et structure en blocs	113
B. Code systématique	114
C. Code non systématique	115
D. Regroupement de codage par blocs	115
3.1.2. Théorème fondamental.....	116
3.2. Matrice génératrice et matrice de contrôle	116
3.2.1. Matrice génératrice.....	116
A. Représentation par une matrice génératrice	116
B. Forme standard (canonique) de la matrice génératrice.....	119
3.2.2. Matrice de contrôle	124
A. Définition.....	124
B. Propriétés de la matrice de contrôle	129
C. Structure métrique de la matrice de contrôle.....	130
3.2.3. Code dual	131
3.3. Propriétés des codes linéaires en blocs	132
3.4. Bornes de codage	134
3.4.1. Introduction.....	134
3.4.2. Bornes pour la distance minimale	134
A. Borne de Singleton.....	134
B. Borne de Hamming	135
C. Borne de Plotkin.....	136
D. Borne de Gilbert-Varshamov	137
3.4.3. Bornes asymptotiques pour des codes à grand n	137
A. Borne de Singleton.....	137
B. Borne de Hamming	137
C. Borne de Plotkin.....	138

D. Borne de Gilbert-Varshamov	138
E. Borne d'Elias	138
3.5. Opération de décodage	139
3.5.1. Décodage par le maximum de vraisemblance	139
3.5.2. Décodage par le syndrome	140
A. Définition de Syndrome	140
B. Procédure de décodage	141
C. Tableau standard (Standard Array)	145
3.6. Codes de Hamming	150
3.6.1. Définition	150
3.6.2. Code $C(7,4)_2$ de Hamming	151
3.6.3. Décodage des codes de Hamming	155
A. Opération de décodage	155
B. Schéma général d'un codeur et d'un décodeur	156
3.7. Modifications simples et cas spéciaux des codes linéaires	158
3.7.1. Types de modifications	158
3.7.2. Cas spéciaux des codes linéaires	160
A. Code de répétition $(n, 1, n)_2$	160
B. Contrôle de parité simple (SPC) $C(n, n-1, 2)_2$	161
3.8. Résumé	162
3.9. Exercices	163
Chapitre 4. Codes cycliques	167
4.1. Introduction générale	167
4.1.1. Description polynomiale et permutation circulaire	167
A. Présentation polynomiale	167
B. Permutation circulaire	168
4.1.2. Définition d'un code cyclique	171
4.2. Polynôme générateur	174
4.2.1. Introduction	174
4.2.2. Description par le polynôme générateur	175
4.3. Polynôme de contrôle	179
4.3.1. Description par le polynôme de contrôle	179
4.3.2. Le code dual et le polynôme de contrôle	180
4.4. Codage des codes cycliques	182
4.4.1. Codage non systématique par le polynôme générateur $g(x)$	182
4.4.2. Codage systématique	182
A. Codage systématique par le polynôme générateur $g(x)$	182
B. Codage systématique par le polynôme de contrôle $h(x)$	187
4.5. Réalisation pratique des codes cycliques	188
4.5.1. Méthodes de codage	188

4.5.2. Circuits de codage	188
A. Registres à décalage.....	188
B. Circuit de multiplication des polynômes.....	189
C. Circuit de division des polynômes	190
4.5.3. Réalisation d'un codeur non systématique par multiplication avec $g(x)$	194
4.5.4. Réalisation d'un codeur systématique par division sur $g(x)$	194
4.5.5. Réalisation d'un codeur systématique par le polynôme de contrôle $h(x)$	197
4.6. Décodage des codes cycliques	198
4.6.1. Syndrome : Définition.....	198
4.6.2. Calcul de syndrome.....	200
4.6.3. Procédés de décodage	201
A. Schéma de décodage.....	201
B. Circuit de décodage.....	202
C. Opération de décodage.....	203
4.7. Détection des paquets d'erreurs	206
4.7.1. Paquet d'erreurs	206
4.7.2. Codes CRC (Cyclic Redundancy Check).....	209
A. Définition.....	209
B. Propriétés	210
4.8. Résumé.....	212
4.9. Exercices	213
Chapitre 5. Codes reed-solomon	217
5.1. Introduction	217
5.2. Définitions	220
5.2.1. Transformation de Fourier Discrète TFD.....	220
5.2.2. Transformation spectrale sur les champs de Galois	220
A. Introduction.....	220
B. Construction par la transformation TFD	221
5.2.3. Code Reed-Solomon : Définition 1	223
A. Définition par transformation : Présentation polynomiale	223
B. Présentation matricielle.....	225
C. Réalisation des transformations TFDI et TFD par registres à décalage	227
5.2.4. Code Reed-Solomon : Définition 2.....	230
A. Polynôme générateur	230
B. Polynôme de contrôle.....	231
C. Matrice génératrice et matrice de contrôle	233
5.2.5. Code Reed-Solomon : Définition 3	235
5.2.6. Remarques générales sur les codes Reed-Solomon.....	236
5.3. Méthodes de codage	239
5.3.1. Introduction.....	239

5.3.2. Codage dans le domaine fréquentiel	239
5.3.3. Codage dans le domaine temporel	241
A. Codage non systématique au domaine temporel.....	241
B. Codage systématique dans le domaine temporel.....	242
C. Codage systématique par le polynôme de contrôle $h(x)$	242
5.4. Décodage algébrique des codes RS	246
5.4.1. Introduction.....	246
5.4.2. Syndrome : Définition.....	247
5.4.3. Polynôme localisateur d'erreurs.....	252
5.4.4. Stratégie de correction.....	254
5.4.5. L'équation clé : Définition	255
5.4.6. Résolution de l'équation clé.....	262
5.4.7. Solution directe du système des équations linéaires.....	262
A. Calcul de polynôme $C(x)$	262
B. Localisation d'erreurs : Algorithme (Chien-Search).....	265
5.4.8. L'algorithme de Berlekamp-Massey (BMA)	266
5.4.9. Evaluation d'erreurs.....	270
A. Méthode récursive.....	270
B. Algorithme de Forney	273
5.5. Résumé.....	276
5.6. Exercices	278
Chapitre 6. Codes BCH	283
6.1. Introduction	283
6.2. Codes BCH binaires.....	284
6.2.1. Définition par le polynôme générateur.....	285
6.2.2. Définition par la TFD.....	290
6.3. Propriétés des Codes BCH.....	297
6.3.1. Propriétés fondamentales	297
6.3.2. Comparaison entre les codes BCH et les codes RS.....	300
6.4. Codage des codes BCH binaires	303
6.4.1. Codage dans le domaine temporel	303
A. Codage non systématique	303
B. Codage systématique.....	303
6.4.2. Codage dans le domaine fréquentiel	305
6.5. Décodage des codes BCH binaires	311
6.5.1. Matrice de contrôle	311
6.5.2. Calcul de syndrome.....	313
6.6. Résumé.....	316
6.7. Exercices	318

Chapitre 7. Codes convolutifs.....	323
7.1. Introduction	323
7.2. Définition et principe des codes convolutifs.....	324
7.2.1. Définition de la structure du code	324
7.2.2. Paramètres et structure générale.....	325
7.2.3. Procédure de codage	327
7.3. Réponse impulsionnelle et convolution.....	330
7.3.1. Introduction.....	330
7.3.2. Présentation générale	332
7.4. Analyse des codes convolutifs	334
7.4.1. Description par le polynôme générateur	334
7.4.2. Description par la matrice génératrice.....	335
7.5. Représentation des codes convolutifs	343
7.5.1. Introduction.....	343
7.5.2. Description graphique par le diagramme de transition d'états	343
7.5.3. Le diagramme en arbre.....	346
7.5.4. Le treillis	347
7.6. Les propriétés de distance des codes convolutifs.....	350
7.6.1. La distance libre	350
7.6.2. La fonction de distance	351
A. Introduction.....	351
B. Les paramètres N, L, D	352
C. Le profil de distance.....	355
D. La fonction génératrice	356
E. Matrices des transitions	358
7.7. Caractéristiques des code convolutifs.....	361
7.7.1. Codes convolutifs systématiques et non systématiques	361
7.7.2. Codes convolutifs récursifs et systématiques (RSC).....	362
7.7.3. Codeur catastrophique.....	367
7.7.4. Codes convolutifs tronqués (Truncated Codes)	368
7.7.5. Codes convolutifs terminés (Terminated Codes)	369
7.7.6. Codage circulaire (Tail biting convolutional codes)	370
7.7.7. Codes convolutifs perforés (poinçonnés).....	371
A. Définition	371
B. Avantages de perforation	371
C. Présentation matricielle de perforation	372
7.8. Décodage des codes convolutifs	375
7.8.1. Décodage optimal	376
A. Critère MAP (Maximum A-posteriori Probability)	377
B. Critère de maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood : ML)	377
7.8.2. La métrique de Viterbi	379

7.8.3. Décodage ML avec l'algorithme de Viterbi.....	384
A. Décodage à décision dure (Hard Decision Decoding)	385
B. Décodage à décision souple (Soft Decision Decoding)	390
7.9. Comparaison et résumé	397
7.9.1. Comparaison entre les codes en blocs et les codes convolutifs.....	397
7.9.2. Résumé.....	398
7.10. Exercices	400
Chapitre 8. Techniques spéciales de codage.....	407
8.1. Codes enchaînés	407
8.1.1. Codes Produits	408
8.1.2. Concaténation.....	409
A. Concaténation sérielle.....	409
B. Concaténation en parallèle	411
8.1.3. Entrelacement (Interleaving).....	413
A. Entrelacement par blocs.....	414
B. Entrelacement convolutif.....	417
8.2. Turbocodes.....	419
8.2.1. Turbocodes convolutifs (TCC).....	420
A. Introduction.....	420
B. Structure générale des turbocodes.....	421
C. Sélection de composants du codeur	423
8.2.2. Turbocodage parallèle.....	424
8.2.3. Principe de décodage.....	429
8.3. Codes LDPC.....	430
8.3.1. Introduction.....	430
8.3.2. Représentations des codes LDPC.....	431
A. Présentation par la matrice de contrôle	431
B. Représentation graphique (Graphe de Tanner)	433
8.3.3. Principes de codage et de décodage	435
8.4. Résumé.....	436
8.4.1. Comparaison LDPC et Turbo-codes	436
8.4.2 Applications	438
Annexe.....	441
A1. Solutions des exercices du chapitre 1.....	441
A2. Solutions des exercices du chapitre 2.....	448
A3. Solutions des exercices du chapitre 3.....	457
A4. Solutions des exercices du chapitre 4.....	469

A5. Solutions des exercices du chapitre 5.....	481
A6. Solutions des exercices du chapitre 6.....	505
A7. Solutions des exercices du chapitre 7.....	517
Glossaire	537
Abréviations.....	543
Bibliographie	545
Index	551