

Table des matières

Avant-propos

Remerciements	XI
Les auteurs	XII

Chapitre 1

L'intérêt	1
1. Mise en situation	1
2. Concept d'intérêt	1
2.1. L'unité de temps	2
2.2. Le taux d'intérêt	3
3. L'intérêt simple	3
3.1. Principe de l'intérêt simple	3
3.2. Le paradoxe de l'interruption de placement	4
4. L'intérêt composé	5
4.1. Le principe de l'intérêt composé	5
4.2. Comparaison entre intérêt simple et intérêt composé	6
4.3. Intérêt simple ou intérêt composé en pratique ?	7
5. Conventions de calcul des durées	7
6. Taux équivalents et taux proportionnels	8
6.1. Taux équivalents à intérêt simple ...	8
6.2. Taux équivalents à intérêt composé	9
6.3. Taux proportionnels à intérêt composé	9
7. Taux d'intérêt et taux d'inflation	10
8. Quelques problèmes classiques	11
8.1. Calculs à intérêt simple	11
8.2. Calculs à intérêt composé	13
9. Capitalisation en temps continu	15
9.1. Équation différentielle de capitalisation	16
9.2. Capitalisation à taux variables	16

10. Résolution de la mise en situation	17
Entraînement	19
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	19
2. Solutions	20

Chapitre 2

L'actualisation	21
1. Mise en situation	21
2. Le principe de l'actualisation	21
3. L'escompte à intérêt simple	22
4. L'actualisation à intérêt composé	24
5. Séquence de flux financiers à intérêt simple	25
5.1. Valeur finale, acquise ou future	26
5.2. Valeur escomptée (valeur actuelle ou présente)	26
6. Séquence de flux financiers à intérêt composé	27
6.1. Valeur finale, acquise ou future	27
6.2. Valeur actuelle ou présente	27
7. La règle du voyage dans le temps	27
8. Résolution de la mise en situation	29
Entraînement	31
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	31
2. Solutions	32

Chapitre 3

Les annuités	33
1. Mise en situation	33
2. L'annuité ordinaire	34
2.1. Actualisation de l'annuité ordinaire	34
2.2. Capitalisation de l'annuité ordinaire	37

2.3. Déterminer les paramètres de l'annuité ordinaire.....	40
2.4. Le fractionnement de l'annuité ordinaire.....	45
3. Principales variantes de l'annuité ordinaire.....	46
3.1. L'annuité immédiate.....	46
3.2. L'annuité différée.....	48
3.3. L'annuité croissante en progression géométrique.....	50
3.4. L'annuité croissante en progression arithmétique.....	52
3.5. La perpétuité.....	54
3.6. La perpétuité croissante.....	56
4. Résolution de la mise en situation.....	57
Entraînement.....	60
1. Questions de réflexion et de mise en pratique.....	60
2. Solutions.....	62

Chapitre 4

Choix d'investissement et taux de rentabilité interne.....

1. Introduction.....	65
2. Mise en situation.....	65
3. Critères de rentabilité d'un seul projet.....	66
3.1. Caractéristiques d'un projet d'investissement.....	66
3.2. La valeur actuelle nette d'un projet.....	67
3.3. Les indices de profitabilité.....	70
3.4. Le taux de rentabilité interne.....	71
3.5. Délai d'amortissement d'un capital investi.....	82
4. Projets d'investissement mutuellement exclusifs.....	83
4.1. Comparaison de deux projets de durée de vie identique.....	83
4.2. Comparaison de deux projets à durées de vie différentes.....	91
Entraînement.....	91
1. Questions de réflexion et de mise en pratique.....	91
2. Solutions.....	93

Chapitre 5

Les emprunts indivis.....

1. Mise en situation.....	95
2. Concept d'amortissement.....	95
2.1. Énoncé du problème et première formule de remboursement.....	95
2.2. Deuxième formule de remboursement : les annuités constantes.....	97
2.3. Troisième formule de remboursement : les amortissements constants.....	98
2.4. Quatrième formule de remboursement : le terme fixe.....	98
2.5. Conclusion.....	99
3. Généralisation du concept d'amortissement.....	99
3.1. Concept général d'emprunt indivis.....	99
3.2. Règles de base de l'amortissement.....	100
3.3. Relations fondamentales.....	101
3.4. Tableau d'amortissement.....	102
4. Les emprunts remboursables par annuités constantes.....	102
4.1. Calcul de l'annuité.....	102
4.2. Calcul du solde restant dû.....	104
4.3. Exemple de tableau d'amortissement.....	105
4.4. Fractionnement mensuel de l'emprunt.....	105
4.5. Emprunt perpétuel.....	107
5. Les emprunts remboursables par amortissements constants.....	107
5.1. Calcul du solde restant dû.....	107
5.2. Calcul de l'annuité.....	108
5.3. Exemple de tableau d'amortissement.....	109
6. Les emprunts remboursables <i>in fine</i> ..	109
6.1. Principe général.....	109
6.2. Exemple de tableau d'amortissement.....	109
6.3. Emprunt par reconstitution.....	110
6.4. Emprunt à deux taux.....	111
7. Les emprunts remboursables par annuités croissantes et par amortissements croissants.....	114
7.1. Emprunts remboursables par annuités croissantes.....	114

7.2. Emprunts remboursables par amortissements croissants	118
8. Effet de la variation des taux d'intérêt	120
8.1. Principe général	120
8.2. Adaptation de l'annuité	121
8.3. Adaptation de la durée	122
8.4. Effet d'une indemnité de remploi	124
9. Résolution de la mise en situation	126
Entraînement	127
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	127
2. Solutions	128

Chapitre 6

Les emprunts obligataires	129
1. Mise en situation	129
2. Le marché obligataire	130
2.1. Définition de l'emprunt obligataire	130
2.2. Types d'emprunts obligataires	131
2.3. Marché primaire et marché secondaire	132
3. Caractéristiques et fonctionnement des obligations	134
3.1. La qualité de l'émetteur et les ratings	134
3.2. La valeur faciale ou valeur nominale	134
3.3. Le prix d'émission	135
3.4. Le mode de remboursement des obligations	136
3.5. Le taux d'intérêt et le taux de rendement	137
4. L'obligation classique à terme fixe	138
4.1. Le prix d'émission et le rendement de l'obligation à terme fixe	139
4.2. Le prix de marché de l'obligation à terme fixe	144
5. Les autres modes d'amortissement des obligations	147
5.1. L'obligation zéro coupon	147
5.2. L'obligation perpétuelle	149
5.3. L'obligation à amortissements constants	151
5.4. L'obligation à annuités constantes	154
6. Usufruit et nue-propriété	156
6.1. Définition	156

6.2. Usufruit et nue-propriété d'une obligation <i>in fine</i> (à terme fixe)	157
6.3. Généralisation à tout type d'emprunt	158
7. Résolution de la mise en situation	159
Entraînement	162
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	162
2. Solutions	164
Notations	165

Chapitre 7

Courbe des taux	167
1. Introduction et définitions	167
2. Mise en situation	168
3. Hypothèses et notations	169
3.1. Hypothèses	169
3.2. Notations	169
4. Structure par terme des taux au comptant et des taux à terme	170
4.1. Taux au comptant	170
4.2. Taux à terme	173
4.3. Taux au comptant et taux à terme	175
5. Estimation d'une courbe de taux	178
5.1. Introduction	178
5.2. Estimation par la méthode de Nelson & Siegel augmentée par Svensson	179
Entraînement	188
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	188
2. Solutions	189

Chapitre 8

Les produits de taux	191
1. Mise en situation	191
2. Compléments sur les courbes de taux	191
2.1. Taux au comptant	192
2.2. Taux à terme	193
2.3. Taux instantanés	196
2.4. Taux à terme anticipateurs des taux au comptant	197
3. Les FRA	198
4. Les obligations à taux variable	202
5. Swap	205

5.1. Concept de swap de taux d'intérêt... 205
 5.2. Taux swap..... 207
 5.3. Swap forward et valorisation ultérieure d'un swap..... 208
 Entraînement..... 210
 1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 210
 2. Solutions..... 211

Chapitre 9

Duration et immunisation..... 213
 1. Introduction..... 213
 2. Mise en situation..... 213
 3. Notations..... 213
 4. Valeur d'une obligation zéro coupon en fonction du taux et de la maturité... 214
 4.1. Variation de la valeur de l'obligation zéro coupon en fonction de r 214
 4.2. Variation de la valeur de l'obligation zéro coupon en fonction de r et de T 215
 5. Concept d'immunisation d'un investissement obligataire..... 217
 5.1. Le concept d'immunisation et hypothèses..... 217
 5.2. Effet d'une variation de r sur la valeur de l'obligation $VO(t,r)$... 218
 5.3. Effet d'une variation de r sur la valeur des coupons échus $VC(t,r)$ 220
 5.4. Effet d'une variation de r sur la valeur de l'investissement $VI(t,r)$ 221
 6. Concept de duration d'un investissement obligataire..... 223
 6.1. Expression mathématique de la duration..... 223
 6.2. Définition et interprétation de la duration..... 225
 6.3. Calcul pratique de la duration..... 227
 6.4. Duration et rendement de l'investissement obligataire..... 227
 6.5. Duration, duration modifiée et sensibilité..... 231
 7. Duration et types d'obligations..... 232
 7.1. Duration d'une obligation zéro coupon..... 233

7.2. Duration d'une obligation à taux constant, émise et remboursée au pair..... 233
 7.3. Duration d'une obligation perpétuelle..... 234
 Entraînement..... 234
 1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 234
 2. Solutions..... 235

Chapitre 10

Convexité et ALM..... 237
 1. Introduction..... 237
 2. Mise en situation..... 237
 3. Duration et convexité..... 237
 3.1. Variation de la valeur d'une obligation et duration..... 237
 3.2. Variation de la valeur d'une obligation, duration et convexité.... 242
 3.3. Convexité et dispersion des échéances..... 247
 3.4. Intérêt de la convexité..... 248
 3.5. Convexité et types d'obligations.... 250
 4. ALM – gestion actif-passif..... 252
 4.1. Introduction générale à l'ALM..... 252
 4.2. Marge actif-passif..... 252
 4.3. Cash-flow matching..... 256
 4.4. Immunisation par la duration et la convexité..... 257
 4.5. Effets de pente et courbure sur la courbe des taux..... 260
 4.6. Application à la gestion actif-passif..... 264
 4.7. Duration vectorielle..... 268
 Entraînement..... 273
 1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 273
 2. Solutions..... 274

Chapitre 11

Les actions..... 275
 1. Mises en situation..... 275
 1.1. Mise en situation 1..... 275
 1.2. Mise en situation 2..... 275
 2. Caractéristiques et fonctionnement du marché des actions..... 276

2.1. Définition	276	1.3. L'association de ces deux concepts..	311
2.2. Marchés d'actions	276	2. Mise en situation	311
2.3. Les indices boursiers	276	3. Comportement de l'investisseur envers le risque	312
3. Méthodes de base d'évaluation des actions	277	3.1. Fonction d'utilité et aversion envers le risque	312
3.1. La méthode des multiples	277	3.2. Comportement du décideur dans un espace « espérance-variance » ...	315
3.2. Le modèle de Gordon-Shapiro (méthode des dividendes actualisés).....	280	3.3. Application numérique.....	317
4. Le rendement d'une action	283	4. Introduction à la gestion de portefeuille	318
4.1. Concept de taux de rendement d'une action.....	284	4.1. L'intuition de Harry Markowitz	318
4.2. Cas où le dividende est payé au cours de la période	285	4.2. Portefeuille à deux actifs risqués....	319
4.3. Cas d'échange, de regroupement ou de fractionnement d'actions.....	286	4.3. Portefeuille à deux actifs risqués et un actif sans risque	324
5. Modélisation du risque	288	4.4. Portefeuille d'équilibre pour un investisseur averse au risque.....	328
5.1. Incertitude et probabilités.....	289	5. Portefeuille avec n actifs risqués	333
5.2. Espérance mathématique et variance	291	5.1. Concept	333
5.3. Covariance et corrélation	292	5.2. Retour à l'exemple de la mise en situation	336
5.4. Estimation sur base de données historiques.....	297	5.3. Recherche de l'expression analytique de la frontière efficiente.....	338
6. Concept de portefeuille et de diversification	299	5.4. Application numérique.....	341
6.1. La rentabilité d'un portefeuille d'actions	299	Entraînement	344
6.2. Rendement de marché	300	1. Questions de réflexion et de mise en pratique	344
6.3. Le risque d'un portefeuille d'actions	301	2. Solutions	346
6.4. Le principe de diversification et ses limites	304	Chapitre 13	
7. Résolution des mises en situation	306	Mesures de risque	347
7.1. Mise en situation 1	306	1. Mise en situation	347
7.2. Mise en situation 2	306	2. Le concept de mesure de risque	347
Entraînement	307	2.1. Définition de la mesure de risque ...	349
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	307	2.2. Propriétés des mesures de risque ...	350
2. Solutions	310	2.3. Classes de mesures de risque	354
Chapitre 12		3. La Value at Risk	354
Introduction à la gestion de portefeuille	311	3.1. Définition	354
1. Introduction.....	311	3.2. Propriétés de la VaR	357
1.1. Un premier concept	311	3.3. Cas de la distribution normale	359
1.2. Un second concept.....	311	3.4. Autres distributions	363
		3.5. Value at Risk et actifs financiers	364
		4. La Tail Value at Risk	366
		4.1. Définition et propriétés.....	366

VIII | Mathématiques financières

4.2. Cas de la distribution normale	369
4.3. Autres distributions	371
5. Résolution de la mise en situation	372
Entraînement	374
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	374
2. Solutions	376
Bibliographie	377
Index	381